**Interactivo F6: Menú con fichas**

**\*** Nombre del guión a que corresponde el ejercicio

MA\_11\_03\_CO

**DATOS DEL RECURSO**

**\*** Título del recurso (**65** caracteres máx.)

Refuerza tu aprendizaje: Limites indeterminados de funciones algebraicas

**\*** Descripción del recurso

Interactivo para estudiar cómo calcular algunos límites algebraicos indeterminados

**\*** Palabras clave del recurso (separadas por comas ",")

Límites, funciones algebraicas

**\*** Tiempo estimado (minutos)

20 min

**\*** Acción didáctica (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Exposición | X | Ejercitación |  | Preguntas con respuesta libre |  | Juegos |  |
| Estudio |  | Proyecto |  | Evaluación |  | Generador de actividades |  |

**\*** Competencia (indicar sólo una)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| … en comunicación lingüística |  | … matemática | X |
| … en el conocimiento y la interacción con el mundo físico |  | Tratamiento de la información y competencia digital |  |
| … social y ciudadana |  | … cultural y artística |  |
| … para aprender a aprender |  | Autonomía e iniciativa personal |  |

**\*** Tipo de Media (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Secuencia de imágenes |  | Video |  | Animación |  | Interactivo | X |
| Actividad |  | Web |  | Mapa conceptual |  | Audio |  |
| Texto |  | Imagen |  | Documento |  |  |  |

**\*** Nivel del ejercicio, 1-Fácil, 2-Medio ó 3-Difícil

3-Difícil

**FICHA DEL PROFESOR**

Objetivo:

Estudiar algunas estrategias para el cálculo de límites indeterminados de funciones algebraicas.

Antes de la presentación:

Es necesario que los estudiantes recuerden y manejen procedimientos de temas de cursos anteriores como los son:

* Aplicación de los casos de factorización
* División sintética
* Racionalización
* Propiedades de la radicación

Después de la presentación:

Es fundamental que al terminar el interactivo, los estudiantes desarrollen algunos ejercicios que permitan afianzar los conceptos y procedimientos aquí expuestos.

**FICHA DEL ALUMNO**

Algunas veces a través de las propiedades de los límites encontramos indeterminaciones de la forma

,

que se resuelven mediante algunos procedimientos algebraicos, no olvides repasar algunos conceptos y procedimientos antes este interactivo, como lo son:

* Aplicación de los casos de factorización
* División sintética
* Racionalización
* Propiedades de la radicación

**DATOS DEL INTERACTIVO**

**MENÚ**

**\*** Número de imágenes del menú (**mín. 2 – máx. 8**) PARA CADA IMAGEN DE ESTE INCISO COPIA LOS SIGUIENTES DOS BLOQUES *IMAGEN #...* Y *FICHA #...*

3

**\*** Título (**65** caracteres máx.) COPIA EL TÍTULO DEL RECURSO PARA EL TÍTULO DEL INTERACTIVO AL MENOS QUE SEA DIFERENTE. RECUERDA EL TÍTULO NO DEBE REBASAR LOS 65 CARACTERES.

Límites indeterminados de funciones algebraicas

**\*** Instrucción (**68** caracteres máx.)

Selecciona una imagen sobre el caso que deseas estudiar

**IMAGEN** 1 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

La gráfica de

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG01

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Funciones racionales

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

1

**FICHA** 1 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Limites indeterminados de funciones polinómicas

**\*** Texto

Una indeterminación de la forma

Se presenta porque el valor en el que se calcula el límite es raíz tanto del numerador como del denominador, por lo tanto, se puede usar división sintética [[VER](http://schollaris.com.mx/010106divsintetica.php)] para factorizar ambos polinomios y cancelar los factores que generan esta indeterminación, para calcular este tipo de límites, se recomienda que cada polinomio quede expresado como el producto de polinomios indivisibles.

**Ejemplo 1.** Calcular:

Como es raíz del numerador y del denominador se factorizan ambos polinomios

se cancela el factor *x + 2* que presenta la indeterminación y se obtiene

**Ejemplo 2.** Determinar

Al factorizar tanto el numerador como el denominador, se obtiene

Por lo tanto se evalúa la función como sigue

**Ejemplo 3.** Calcular

Al desarrollar la factorización, se obtiene

Sin embargo, al remplazar por 1 en la función se obtiene la expresión

y como

Además

y

Entonces, por la propiedad del límite de un cociente, se obtiene

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG02

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

En la gráfica se observa que

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG03

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

En la gráfica se observa que

**\*** Imagen 3 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG04

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

En la gráfica se observa que

no existe

**IMAGEN** 2 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG05

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Funciones radicales

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

1

**FICHA** 1 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Límites indeterminados de cocientes con radicales

**\*** Texto

Para calcular el límite de una función algebraica donde hay un cociente indeterminado de la forma

,

y tanto el numerador como el denominador son funciones polinómicas o raíces de funciones polinómicas, se factoriza el polinomio usando división sintética y se aplica la propiedad distributiva de la radicación respecto al producto para eliminar la indeterminación.

**Ejemplo 1.** Calcular

Como 5 es raíz del radicando del numerador y del denominador se factorizan ambos polinomios

Usando la propiedad distributiva de la radicación con respecto a la multiplicación:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Se cancela la indeterminación y se halla el límite por evaluación, se tiene que

Luego se racionaliza y se obtiene

**Ejemplo 2.** Calcular

Se desarrolla de forma similar al ejemplo anterior, y se representan las expresiones con el mismo radicando a través del mínimo común múltiplo de los índices, así:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | | |
|  | |  |

Se cancelan los factores comunes del numerador y del denominador como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Ejemplo 3.** Calcular

A partir de la división sintética, se deducen los factores comunes del numerador y del denominador y se calcula el límite:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG06

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG07

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Imagen 3 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG08

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**IMAGEN** 3 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG09

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Funciones radicales

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

1

**FICHA** 1 DE IMAGEN 3

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Limites indeterminados de suma de funciones con radicales

**\*** Texto

En las funciones algebraicas cuyos límites presentan indeterminaciones de la forma

además, tienen en el numerador sumas de tal forma que por lo menos uno de los sumandos es una raíz de una función polinómica, el límite de la función se calcula multiplicando por el polinomio conjugado del numerador tanto al numerador como al denominador de la fracción con el fin de completar la diferencia de cuadrados y eliminar los radicales, después de esto, se procede como en los casos de las pestañas anteriores.

**Ejemplo 1.** Calcular

El conjugado de *3 - √x* es *3 + √x*

Por lo tanto, se multiplica la función por la fracción unitaria

como sigue

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Se cancela la indeterminación y se evalúa el límite

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Ejemplo 2.** Calcular

Se multiplca por la fraccion unitaria

Así:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**Ejemplo 3.** Calcular

Se multiplica por el producto de fracciones unitarias

Y se calcula el límite como sigue:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Ejemplo 4. Determinar el siguiente límite

Para eliminar una raíz cubica de una suma o una diferencia de raíces de polinomios es necesario completar la suma o la diferencia de cubos, recuerda que:

|  |  |
| --- | --- |
| **Suma de cubos** | **Diferencia de cubos** |
|  |  |

Sea

Luego, se debe multiplicar esta expresión por

Es decir por la fracción unitaria

:

Como se muestra a continuación

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Al factorizar los polinomios se obtiene

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Finalmente, se evalúa la función y se obtiene

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG10

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG11

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Imagen 3 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG12

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

**\*** Imagen 4 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y ampliando cerca de .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_REC160\_IMG14

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)